متتابعات متقدمة

دليل المعلم وإجابات نموذجية

الفصل 2 | الوحدة 9 | صفحات الكتاب 90-85 | زمن مقترح: 50 دقيقة | الدرجة: 20

أهداف التعلم

- يشرح الطالب «متتابعة الفروق» ويطبقه مع الشروط والتبرير.
- يشرح الطالب «الاستعادة من الفروق» ويطبقه مع الشروط والتبرير.
- يشرح الطالب «المتتابعة المجمعة» ويطبقه مع الشروط والتبرير.

ملخص سريع

متتابعة الفروق	تسجل متتابعة الفروق a_(n+1)-a_n وقد تكشف نمطا أبسط.
الاستعادة من الفروق	يساوي الحد الأصلي الحد الأول مضافا إليه مجموع الفروق السابقة.
المتتابعة المجمعة	يتغير تنظيم المتتابعة إلى مجموعات، فيحدد الموضع بجمع أحجام المجموعات.

مثال محلول

فأوجد u_(n+1)-u_n عند n=8. الحل الموجه: نطرح قبل التعويض: u_(n+1)-u_n=6n+5؛ وعند n=8 تكون القيمة 53.
إذا كان u_n=3n^2+2n،

للاستخدام الشخصي أو الصفي - يمنع إعادة البيع أو النشر العام

التدريب المتدرج

أجب من دون الرجوع إلى الحل. أظهر خطواتك في أسئلة الاستجابة القصيرة.

1. إذا كان u_n=2n^2-3n، فما صيغة u_(n+1)-u_n؟ [1 درجات]

أ	2n-3	ب	4n-1
ج	4n+1	د	2n^2-1

الإجابة: 4n-1

بالتعويض ثم الطرح: 2(n+1)^2-3(n+1)-(2n^2-3n)=4n-1.

2. إذا كان a1=4 وa_(n+1)-a_n=3n+1، فأوجد a5. [1 درجات]

أ	34	ب	36
ج	38	د	42

الإجابة: 38

a5=a1+Σ من n=1 إلى 4 للمقدار (3n+1)=4+30+4=38.

3. في المتتابعة المجمعة 1؛ 2،2؛ 3،3،3؛ 4،4،4،4؛ ... ما الحد رقم 14؟ [1 درجات]

أ	4	ب	5
ج	6	د	14

الإجابة: 5

حتى المجموعة الرابعة يوجد 10=4+3+2+1 حدود، والمجموعة الخامسة تشغل المواضع 11 إلى 15.

4. إذا كانت أحجام المجموعات 1،2،3،...ففي أي مجموعة وموضع محلي يقع الحد رقم 23؟ [1 درجات]

أ	المجموعة 6، الموضع 2	ب	المجموعة 7، الموضع 2
ج	المجموعة 7، الموضع 3	د	المجموعة 8، الموضع 1

الإجابة: المجموعة 7، الموضع 2

حتى المجموعة السادسة يوجد 21 حدا؛ لذلك 23 يقع في المجموعة السابعة وموضعه 23-21=2.

5. المتتابعة 2،6،12،20،...يقترح لها القانون a_n=n(n+1). ما الحد التالي الذي يؤكد القانون؟ [1 درجات]

أ	28	ب	30
ج	32	د	40

الإجابة: 30

عند n=5 يعطي القانون 5×6=30، كما أن الفروق 4،6،8،10 تتفق مع النمط.

للاستخدام الشخصي أو الصفي - يمنع إعادة البيع أو النشر العام

6. عدد المقاعد في الصفوف هو ...،20،16،12 أي صيغة تمثل عدد المقاعد في الصف n؟ [1 درجات]

أ	a_n=4n+8	ب	a_n=12n+4
ج	a_n=4n+12	د	a_n=8n+4

الإجابة: a_n=4n+8

الحد الأول 12 والفرق 4، لذلك a_n=12+4(n-1)=4n+8.

7. صواب أم خطأ: ثبات الفروق الثانية إشارة إلى أن نموذجا تربيعيا قد يلائم المتتابعة1] . درجات]

□ صواب □ خطأ

الإجابة: صواب

في المتتابعات التربيعية تكون الفروق الأولى حسابية، ولذلك تكون الفروق الثانية ثابتة.

8. صواب أم خطأ: معرفة متتابعة الفروق وحدها تحدد المتتابعة الأصلية تحديدا وحيدا1] . درجات]

□ صواب □ خطأ

الإجابة: خطأ

نحتاج أيضا إلى حد ابتدائي؛ فالمتتابعات ذات الفروق نفسها قد تختلف بثابت.

9. في النمط 1،1؛ 2،2،2؛ 3،3،3،3؛ ... تحتوي المجموعة g على g+1 نسخة من العدد .g أوجد الحد رقم 20 وبرر3] . درجات]

الإجابة: 5

الأحجام 2،3،4،5،6 ومجموعها حتى المجموعة الخامسة يساوي 20؛ لذلك الحد رقم 20 هو آخر 5 في المجموعة الخامسة.

التوزيع: طريقة صحيحة 1 | تعويض أو حساب صحيح 1 | نتيجة واضحة ومراجعة 1

10. أحجام المجموعات هي ...،8،6،4،2 حدد المجموعة والموضع المحلي للحد رقم 3] .35 درجات]

الإجابة: المجموعة 6، الموضع 5

مجموع أول 5 مجموعات30=10+8+6+4+2=، وحجم المجموعة السادسة 12؛ إذن الموضع المحلي .5=30-35

التوزيع: طريقة صحيحة 1 | تعويض أو حساب صحيح 1 | نتيجة واضحة ومراجعة 1

11. للمتتابعة ...،24،15،8،3 كون قانونا تربيعيا للحد العام، ثم استخدمه لإيجاد a6. 3] درجات]

الإجابة: a_n=n^2+2n، وa6=48

الفروق 5،7،9 وفروقها الثانية 2؛ القانون n^2+2n يعيد الحدود المعطاة، ويعطي a6=36+12=48.

التوزيع: طريقة صحيحة 1 | تعويض أو حساب صحيح 1 | نتيجة واضحة ومراجعة 1

للاستخدام الشخصي أو الصفي - يمنع إعادة البيع أو النشر العام

12. تضاف إلى خزان كميات ...،11،8،5 لترا في الدقائق المتتالية. اكتب نموذج كمية الدقيقة n، ثم أوجد الإجمالي بعد 12 دقيقة3] . درجات]

الإجابة: a_n=3n+2، والإجمالي 258 لترا
الفرق 3، لذلك a_n=5+3(n-1)=3n+2. والمجموع S12=12[2×5+11×3]/2=258.

التوزيع: طريقة صحيحة 1 | تعويض أو حساب صحيح 1 | نتيجة واضحة ومراجعة 1

للاستخدام الشخصي أو الصفي - يمنع إعادة البيع أو النشر العام

التحدي والمراجعة

1. إذا كان a1 معلوما والفرق الأول d1 والفرق الثاني الثابت c، فاستنتج صيغة a_n بدلالة هذه القيم.

الفروق الأولى هي d1، d1+c، d1+2c،... لذا a_n=a1+(n-1)d1+c(n-1)(n-2)/2.

2. في المتتابعة 1؛ 2،2؛ 3،3،3؛ ... أوجد الحد رقم 2026 وحدد موضعه داخل مجموعته.

أول 63 مجموعة هو 64/2=2016×63، وأول 64 مجموعة تحتوي 2080 حدا؛ إذن الحد 2026 يساوي 64 وموضعه المحلي 10. مجموع أحجام

3. اكتشف الخطأ: استخدم طالب أول ثلاثة حدود لاقتراح قانون ثم قال إن القانون مثبت لجميع الحدود. فسر لماذا يلزم تحقق بنيوي إضافي.

محدود من الحدود لا تمنع قوانين أخرى من موافقتها ثم الاختلاف لاحقا؛ يجب التحقق من قاعدة الفروق أو التجميع أو افتراض درجة النموذج. مطابقة عدد

خطة المتابعة

الفروق والمجاميع التراكمية وتحديد المجموعة والموضع المحلي، ثم أعد الأسئلة 6-2 و9-12. إذا كانت 14 أو أكثر: انتقل إلى تحدي الوحدة الإلكتروني. إذا كانت الدرجة أقل من 14/20: راجع تجميع

للاستخدام الشخصي أو الصفي - يمنع إعادة البيع أو النشر العام