

التجميع

دليل المعلم وإجابات نموذجية

الفصل 2 | الوحدة 8 | صفحات الكتاب 68-84 | زمن مقترح: 50 دقيقة | الدرجة: 20



أهداف التعلم

- يشرح الطالب «رمز التجميع Σ » ويطبقه مع الشروط والتبرير.
- يشرح الطالب «خواص التجميع» ويطبقه مع الشروط والتبرير.
- يشرح الطالب «المجاميع القياسية» ويطبقه مع الشروط والتبرير.

ملخص سريع

يحدد رمز Σ عبارة الحد ودليل الجمع وحديه الأدنى والأعلى.	رمز التجميع Σ
يتوزع الجمع على الجمع والطرح ويمكن إخراج العامل الثابت.	خواص التجميع
تحول صيغ Σk و Σk^2 والمجموع الهندسي الأنماط إلى صيغ مغلقة.	المجاميع القياسية

مثال محلول

احسب Σ من $k=1$ إلى 8 للمقدار $(6k + 4)$ الحل الموجه: بالخطية: $6\Sigma k + (4)\Sigma 1 = 6 \cdot 8 \cdot 9/2 + (4) \cdot 8 = 248$.

التدريب المتدرج

أجب من دون الرجوع إلى الحل. أظهر خطواتك في أسئلة الاستجابة القصيرة.

1. أي تعبير مفكوك يساوي Σ من $k=2$ إلى 5 للمقدار $(2k-1)$ ؟ [1 درجات]

أ $1+3+5+7$

ب $3+5+7+9$

ج $3+5+7$

د $2+4+6+8$

الإجابة: $3+5+7+9$

نعوض $k=2,3,4,5$ في $2k-1$.

2. احسب Σ من $k=1$ إلى 6 للمقدار $(3k+2)$ باستخدام خواص التجميع [1]. [درجات]

أ 63

ب 69

ج 75

د 81

الإجابة: 75

$3\Sigma k+2\Sigma 1=3(6\times 7/2)+2\times 6=63+12=75$.

3. احسب Σ من $k=1$ إلى 5 للمقدار k^2 . [1 درجات]

أ 25

ب 30

ج 55

د 225

الإجابة: 55

نستخدم $\Sigma k^2=n(n+1)(2n+1)/6$: $5\times 6\times 11/6=55$.

4. احسب Σ من $k=1$ إلى 8 للمقدار $1/[k(k+1)]$. [1 درجات]

أ $1/9$

ب $7/8$

ج $8/9$

د $9/8$

الإجابة: $8/9$

$1-1/9=8/9$. فتختصر الحدود الوسطى ويبقى، $1/[k(k+1)]=1/k-1/(k+1)$.

5. احسب Σ من $k=1$ إلى 4 للمقدار $k/2^k$. [1 درجات]

أ $11/8$

ب $3/2$

ج $13/8$

د $15/8$

الإجابة: $13/8$

المجموع $=1/2+2/4+3/8+4/16=13/8$.

6. إذا كان $S_n = 2n^2 + 3n$ ، فما قيمة a_5 ؟ [1 درجات]

17

أ

19

ب

21

ج

65

د

الإجابة: 21

$$a_5 = S_5 - S_4 = 65 - 44 = 21.$$

7. صواب أم خطأ: عدد الحدود الصحيحة من الحد الأدنى p إلى الحد الأعلى q هو $q - p + 1$. [1 درجات]

☐ صواب ☐ خطأ

الإجابة: صواب

العدد شامل للطرفين، ولذلك نضيف 1.

8. صواب أم خطأ: $\sum$ من $k=1$ إلى n للثابت c يساوي $c \cdot n$. [1 درجات]

☐ صواب ☐ خطأ

الإجابة: خطأ

الثابت c يتكرر n مرة، ولذلك المجموع nc .

9. احسب $\sum$ من $k=1$ إلى 6 للمقدار $(2k^2 - 3k + 1)$ باستخدام المجاميع القياسية [3 درجات]

الإجابة: 125

$$2\sum k^2 - 3\sum k + \sum 1 = 2 \times 91 - 3 \times 21 + 6 = 125.$$

التوزيع: طريقة صحيحة 1 | تعويض أو حساب صحيح 1 | نتيجة واضحة ومراجعة 1

10. احسب $\sum$ من $k=1$ إلى 20 للمقدار $[1/k - 1/(k+1)]$ ، وبين الحدود التي تختصر [3 درجات]

الإجابة: 20/21

يتلشى $1/2 - 1/21 = 20/21$. وهكذا، ويبقى $1/2$.

التوزيع: طريقة صحيحة 1 | تعويض أو حساب صحيح 1 | نتيجة واضحة ومراجعة 1

11. احسب $\sum$ من $k=1$ إلى 5 للمقدار $k \times 2^k(k-1)$ ، مع عرض الحدود قبل جمعها [3 درجات]

الإجابة: 129

$$\text{المجموع} = 1 + 4 + 12 + 32 + 80 = 129.$$

التوزيع: طريقة صحيحة 1 | تعويض أو حساب صحيح 1 | نتيجة واضحة ومراجعة 1

12. إذا كان $S_n = n(n+2)$ ، فأوجد صيغة a_n ثم احسب a_{10} . اذكر حالة $n=1$. درجات [3]

الإجابة: $a_n = 2n+1$ ، و $a_{10} = 21$

$n=1$. وهي تصح أيضا عند $a_n = S_n - S_{(n-1)} = n(n+2) - (n-1)(n+1) = 2n+1$ ، ولـ $n \geq 2$. $a_1 = S_1 = 3$.

التوزيع: طريقة صحيحة 1 | تعويض أو حساب صحيح 1 | نتيجة واضحة ومراجعة 1

التحدي والمراجعة

1. حل $1/[(k+2)(k+3)]$ إلى كسرين جزئيين، ثم أوجد Σ من $k=1$ إلى n في صورة مغلفة.

$$1/[(k+2)(k+3)] = 1/(k+2) - 1/(k+3). \text{ وبالاختصار يكون المجموع } 1/3 - 1/(n+3).$$

2. تمنح مسابقة في الجولة k مكافأة مقدارها $50k(0.8)^{(k-1)}$ جنيها. أوجد إجمالي مكافآت الجولات الأربع الأولى.

$$\text{المجموع} = 50 + 80 + 96 + 102.4 = 328.4 \text{ جنيها.}$$

3. اكتشف الخطأ: قال طالب إن عدد الحدود في Σ من $k=4$ إلى n هو $n-4$. فسر الخطأ واكتب العدد الصحيح.

$$\text{العدد شامل للطرفين: } n-4+1 = n-3 \text{ حدا.}$$

خطة المتابعة

عدد الحدود وخطية Σ والاختصار واستخراج a_n من S_n ، ثم أعد الأسئلة 3-6 و 9-12 إذا كانت 14 أو أكثر: انتقل إلى تحدي الوحدة الإلكتروني. إذا كانت الدرجة أقل من 14/20: راجع