

## المتابعات الهندسية

دليل المعلم وإجابات نموذجية

الفصل 2 | الوحدة 7 | صفحات الكتاب 57-67 | زمن مقترح: 50 دقيقة | الدرجة: 20



## أهداف التعلم

- يشرح الطالب «النسبة المشتركة» ويطبقه مع الشروط والتبرير.
- يشرح الطالب «الحد العام للمتتابعة الهندسية» ويطبقه مع الشروط والتبرير.
- يشرح الطالب «تعيين معلمات هندسية» ويطبقه مع الشروط والتبرير.

## ملخص سريع

|                               |                                                                                |
|-------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------|
| النسبة المشتركة               | في المتتابعة الهندسية $r = a_{n+1}/a_n$ للحدود غير الصفرية.                    |
| الحد العام للمتتابعة الهندسية | الحد العام هو $a_n = a_1 \cdot r^{(n-1)}$ .                                    |
| تعيين معلمات هندسية           | يمكن لشروطين مناسبين تحديد $a_1$ و $r$ ، وقد توجد أكثر من قيمة حقيقية لـ $r$ . |

## مثال محلول

متتابعة هندسية حدها الأول  $a_1 = 1$  ونسبتها 2. أوجد  $a_6$ . الحل الموجه:  $a_6 = a_1 \cdot r^{(6-1)} = 1 \cdot 2^5 = 32$ .

## التدريب المتدرج

أجب من دون الرجوع إلى الحل. أظهر خطواتك في أسئلة الاستجابة القصيرة.

1. للمتتابعة الهندسية ... 6، 18، 54، 162 ما النسبة المشتركة؟ [1 درجات]

أ 3

ب  $\frac{1}{3}$

ج -3

د -108

الإجابة:  $\frac{1}{3}$

نقسم حداً على سابقه:  $\frac{54}{162} = \frac{18}{54} = \frac{1}{3}$ .

2. متتابعة هندسية حدها الأول 5 ونسبتها 2. أوجد  $a_7$ . [1 درجات]

أ 160

ب 315

ج 320

د 640

الإجابة: 320

$a_7 = 5 \times 2^{(7-1)} = 5 \times 64 = 320$ .

3. في متتابعة هندسية موجبة  $a_3 = 12$  و  $a_6 = 96$  أوجد  $a_1$  و  $r$ . [1 درجات]

أ  $a_1 = 3, r = 2$

ب  $a_1 = 2, r = 3$

ج  $a_1 = 6, r = 2$

د  $a_1 = 3, r = 8$

الإجابة:  $a_1 = 3, r = 2$

بقسمة الشرطين:  $r^3 = \frac{96}{12} = 8$ ، إذن  $r = 2$ ، ثم  $a_1 = \frac{12}{2^2} = 3$ .

4. متتابعة هندسية حدها الأول 3 ونسبتها 2. أوجد مجموع أول 6 حدود [1 درجات].

أ 96

ب 126

ج 189

د 192

الإجابة: 189

$S_6 = \frac{3(2^6 - 1)}{(2 - 1)} = 3 \times 63 = 189$ .

5. إذا كان  $a_1 = 81$  و  $r = -\frac{1}{3}$ ، فما قيمة  $a_5$ ؟ [1 درجات]

أ -3

ب -1

ج 1

د 3

الإجابة: 1

$a_5 = 81(-\frac{1}{3})^4 = 81 \times \frac{1}{81} = 1$ ؛ القوة الزوجية تجعل الإشارة موجبة.

6. يبدأ عدد بكتيريا بـ 250 ويزداد 20% كل ساعة. كم يصبح بعد ثلاث زيادات كاملة؟ [1 درجات]

أ 310

ب 400

ج 432

د 450

الإجابة: 432

معامل النمو 1.20، لذا العدد.  $=250(1.2)^3=432$

7. صواب أم خطأ: في المتتابعة الهندسية ذات الحدود غير الصفري تكون النسبة  $a_{n+1}/a_n$  ثابتة [1]. [درجات]

☐ صواب ☐ خطأ

الإجابة: صواب

هذه هي الخاصية المميزة للمتتابعة الهندسية.

8. صواب أم خطأ: إذا كانت النسبة المشتركة سالبة فإن جميع حدود المتتابعة سالبة [1]. [درجات]

☐ صواب ☐ خطأ

الإجابة: خطأ

النسبة السالبة تجعل الإشارات تتناوب؛ ولا تجعل كل الحدود سالبة.

9. في متتابعة هندسية موجبة  $a_2=6$  و  $a_5=162$  أوجد  $a_1$  و  $r$  مع توضيح الخطوات [3]. [درجات]

الإجابة:  $a_1=2$ ،  $r=3$ 

$a_1=6/3=2$ ، ثم  $r=3$ ، إذن  $r^3=162/6=27$

التوزيع: طريقة صحيحة 1 | تعويض أو حساب صحيح 1 | نتيجة واضحة ومراجعة 1

10. أوجد مجموع أول 7 حدود من المتتابعة ... 18، 6، 2 مع كتابة القانون والتعويض [3]. [درجات]

الإجابة: 2186

$a_1=2$   $r=3$ ، لذلك  $S_7=2(3^7-1)/(3-1)=2186$ .

التوزيع: طريقة صحيحة 1 | تعويض أو حساب صحيح 1 | نتيجة واضحة ومراجعة 1

11. متتابعة هندسية حدها الأول 64 ونسبتها 1/2. أوجد  $a_7$  و  $S_7$ ، وفسر أثر [3].  $|r|<1$  [درجات]

الإجابة:  $a_7=1$ ،  $S_7=127$ 

$(1-1/2)=127$ ؛ تتناقص مقادير الحدود.  $[1-(1/2)^7]$  و  $S_7=64$ ،  $a_7=64(1/2)^6=1$

التوزيع: طريقة صحيحة 1 | تعويض أو حساب صحيح 1 | نتيجة واضحة ومراجعة 1

12. يبلغ عدد سكان نموذج مصغر 800 وينخفض 10% سنويا. أوجد العدد بعد أربع سنوات من الانخفاض، واذكر معامل التغير [3]. درجات

الإجابة: 524.88، ومعامل التغير 0.9

الانخفاض 10% يعني الضرب في 0.9 كل سنة:  $800(0.9)^4 = 524.88$ .

التوزيع: طريقة صحيحة 1 | تعويض أو حساب صحيح 1 | نتيجة واضحة ومراجعة 1

## التحدي والمراجعة

1. اشتق قانون  $S_n$  لمتتابعة هندسية عندما  $r \neq 1$  بكتابة  $S_n$  ثم  $rS_n$  وطرح المعادلتين.

$$\text{فإن } rS_n = a_1r + \dots + a_1r^n, \text{ وبالطرح: } (r-1)S_n = a_1(r^n - 1), \text{ ومنه } S_n = a_1(r^n - 1)/(r-1). \\ \text{إذا كان } S_n = a_1 + a_1r + \dots + a_1r^{(n-1)},$$

2. تنخفض قيمة جهاز ثمنه 20000 جنيه بنسبة 12% سنوياً. اكتب نموذج قيمته بعد  $n$  سنوات، ثم أوجد قيمته بعد 5 سنوات لأقرب جنيه.

$$\text{معامل البقاء } 0.88, \text{ ولذلك } V_n = 20000(0.88)^n, \text{ و } V_5 \approx 10555 \text{ جنيهها.}$$

3. اكتشف الخطأ: قال طالب إن المتتابعة 24، 12، 6، 3 حسابية لأن الزيادة تكبر بانتظام. فسر التصنيف الصحيح.

الفروق 12، 6، 3 ليست ثابتة، لكن النسب  $6/3 = 12/6 = 24/12 = 2$  ثابتة؛ إذن المتتابعة هندسية بنسبة 2.

### خطة المتابعة

14/20: راجع الفرق بين النسبة والفرق، وقانوني  $a_n$  و  $S_n$ ، ثم أعد الأسئلة 3-6 و 9-12 إذا كانت 14 أو أكثر: انتقل إلى تحدي الوحدة الإلكترونية.  
إذا كانت الدرجة أقل من