

# المتتابعات الحسابية

دليل المعلم وإجابات نموذجية

الفصل 2 | الوحدة 6 | صفحات الكتاب 40-56 | زمن مقترح: 50 دقيقة | الدرجة: 20



## أهداف التعلم

- يشرح الطالب «الحد العام للمتتابعة الحسابية» ويطبقه مع الشروط والتبرير.
- يشرح الطالب «الفرق المشترك» ويطبقه مع الشروط والتبرير.
- يشرح الطالب «تعيين المعلمات» ويطبقه مع الشروط والتبرير.

## ملخص سريع

|                               |                                                                |
|-------------------------------|----------------------------------------------------------------|
| الحد العام للمتتابعة الحسابية | إذا كان الحد الأول $a_1$ والفرق $d$ فإن $a_n = a_1 + (n-1)d$ . |
| الفرق المشترك                 | الفرق $d = a_{n+1} - a_n$ ثابت في المتتابعة الحسابية.          |
| تعيين المعلمات                | شرطان مستقلان عن حدين يمكن أن يحددا $a_1$ و $d$ .              |

## مثال محلول

متتابعة حسابية حدها الأول  $a_1 = 6$  وفرقها المشترك 4. أوجد  $a_{11}$ . الحل الموجه:  $a_{11} = a_1 + (11-1)d = 6 + 10 \cdot 4 = 46$ .

## التدريب المتدرج

أجب من دون الرجوع إلى الحل. أظهر خطواتك في أسئلة الاستجابة القصيرة.

1. متتابعة حسابية حدها الأول 7 وفرقها المشترك 5. أوجد الحد 12.  $a_{12}$  درجات]

أ 57

ب 60

ج 62

د 67

الإجابة: 62

$$a_{12} = 7 + (12-1) \times 5 = 62.$$

2. للمتتابعة ... 3، 8، 13، 18 ما الفرق المشترك؟ [1 درجات]

أ 5

ب -5

ج -3

د 31

الإجابة: -5

نطرح حدين متتاليين بالترتيب نفسه:  $13-18=-5$ ، وكذلك  $8-13=-5$ .

3. في متتابعة حسابية  $a_4=17$  و  $a_9=42$ . ما قيمة  $a_1$  و  $d$ ؟ [1 درجات]

أ  $a_1=2$ ،  $d=5$

ب  $a_1=5$ ،  $d=2$

ج  $a_1=7$ ،  $d=5$

د  $a_1=2$ ،  $d=25$

الإجابة:  $a_1=2$ ،  $d=5$

$$5d = a_9 - a_4 = 25، \text{ إذن } d=5، \text{ ثم } a_1 = 17 - 3 \times 5 = 2.$$

4. متتابعة حسابية حدها الأول 4 وفرقها 3. أوجد مجموع أول 10 حدود. [1 درجات]

أ 155

ب 165

ج 175

د 185

الإجابة: 175

$$S_{10} = 10/2 [2 \times 4 + (10-1) \times 3] = 5 \times 35 = 175.$$

5. أوجد مجموع الأعداد الصحيحة من 21 إلى 50 شاملا الطرفين. [1 درجات]

أ 1035

ب 1050

ج 1065

د 1080

الإجابة: 1065

$$\text{عدد الحدود } 50-21+1=30، \text{ والمجموع } 30(21+50)/2=1065.$$

6. إذا كان  $a_n = 20 - 3(n-1)$ ، فعد أي  $n$  يبلغ  $S_n$  أكبر قيمة؟ [1 درجات]

n=6

أ

n=7

ب

n=8

ج

n=20

د

الإجابة: n=7

الحدود موجبة حتى  $a_7 = 2$ ، ثم  $a_8 = -1$ ؛ لذلك يزداد المجموع حتى  $S_7$  ثم يبدأ في النقصان.

7. صواب أم خطأ: الحد العام للمتتابعة الحسابية هو  $a_n = a_1 + nd$ . [1 درجات]

☐ صواب ☐ خطأ

الإجابة: خطأ

الصحيح  $a_n = a_1 + (n-1)d$  لأن الانتقال من الحد الأول إلى الحد رقم  $n$  يحتاج  $n-1$  خطوة.

8. صواب أم خطأ: إذا كان الفرق بين كل حد والذي يسبقه ثابتاً، فالمتتابعة حسابية [1 . درجات]

☐ صواب ☐ خطأ

الإجابة: صواب

ثبات الفرق الأول هو الخاصية المميزة للمتتابعة الحسابية.

9. في متتابعة حسابية  $a_5 = 18$  و  $a_{12} = 46$  أوجد  $a_1$  و  $d$ ، مع توضيح الخطوات [3 . درجات]

الإجابة:  $a_1 = 2$ ،  $d = 4$

$a_1 = 18 - 4 \times 4 = 2$ ،  $d = 4$ ، إذن  $7d = 46 - 18 = 28$

التوزيع: طريقة صحيحة 1 | تعويض أو حساب صحيح 1 | نتيجة واضحة ومراجعة 1

10. أوجد مجموع أول 15 حداً من المتتابعة ... 16، 12، 8 مع كتابة القانون والتعويض [3 . درجات]

الإجابة: 540

$a_{15} = 8 + 14 \times 4 = 64$ ، ثم  $S_{15} = 15(8 + 64)/2 = 540$ .

التوزيع: طريقة صحيحة 1 | تعويض أو حساب صحيح 1 | نتيجة واضحة ومراجعة 1

11. أوجد مجموع مضاعفات العدد 6 من 24 إلى 120 شاملاً الطرفين، وبين كيف حسبت عدد الحدود [3 . درجات]

الإجابة: 1224

عدد الحدود  $(120 - 24)/6 + 1 = 17$ ، ثم المجموع  $17(24 + 120)/2 = 1224$ .

التوزيع: طريقة صحيحة 1 | تعويض أو حساب صحيح 1 | نتيجة واضحة ومراجعة 1

12. إذا كان  $a_n = 32 - 5(n-1)$ ، فأوجد أكبر مجموع جزئي  $S_n$  وقيمة  $n$  التي يتحقق عندها. برر إجابتك [3]. درجات

الإجابة:  $S_7 = 119$  عند  $n = 7$

$S_7 = 7(32+2)/2 = 119$  سالب؛ إذن أكبر مجموع هو موجب و  $a_8 = -3$   $a_7 = 2$

التوزيع: طريقة صحيحة 1 | تعويض أو حساب صحيح 1 | نتيجة واضحة ومراجعة 1

## التحدي والمراجعة

1. اشتق قانون مجموع أول  $n$  حداً في متتابعة حسابية بكتابة المجموع مرة من البداية ومرة من النهاية.

إذا كان  $S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$  وكتبناه عكسياً ثم جمعنا العمودين، نحصل على  $2S_n = n(a_1 + a_n)$ ، ومنه  $S_n = n(a_1 + a_n)/2$ .

يدخر طالب 40 جنيهاً في الأسبوع الأول ويزيد دخاره 15 جنيهاً كل أسبوع. أوجد ما يدخره في الأسبوع 12 وإجمالي ما يدخره خلال 12 أسبوعاً.

2.

جنيهاً. جنيهاً، و  $S_{12} = 12(40 + 205)/2 = 1470$   $a_{12} = 40 + 11 \times 15 = 205$

3. اكتشف الخطأ: قال طالب إن عدد الأعداد الصحيحة من 21 إلى 50 هو  $50 - 21 = 29$ . فسر الخطأ وصححه.

لأن الطرفين داخلان في العد، نضيف 1: عدد الحدود  $50 - 21 + 1 = 30$ .

### خطة المتابعة

راجع الفرق بين  $a_n$  و  $S_n$  وعد الحدود شاملاً الطرفين، ثم أعد الأسئلة 3-6 و 9-12 إذا كانت 14 أو أكثر: انتقل إلى تحدي الوحدة الإلكتروني. إذا كانت الدرجة أقل من 14/20: