نظريتا الباقي والعوامل والقسمة التركيبية

دليل المعلم وإجابات نموذجية

الفصل 3 | الوحدة 13 | صفحات الكتاب 134-144 | زمن مقترح: 50 دقيقة | الدرجة: 20

أهداف التعلم

- يشرح الطالب «نظرية الباقي» ويطبقه مع الشروط والتبرير.
- يشرح الطالب «تعيين معاملات مجهولة» ويطبقه مع الشروط والتبرير.
- يشرح الطالب «نظرية العوامل» ويطبقه مع الشروط والتبرير.

ملخص سريع

نظرية الباقي	باقي قسمة P(x) على x-a يساوي P(a).
تعيين معاملات مجهولة	تتحول شروط البواقي إلى معادلات في معاملات كثيرة الحدود المجهولة.
نظرية العوامل	يكون x-a عاملا لـP(x) إذا وفقط إذا كان P(a)=0.

مثال محلول

لباقي قسمة P(x)=2x^3-3x+4 على x-2 نعوض x=2 مباشرة: P(2)=16-6+4=14.

للاستخدام الشخصي أو الصفي - يمنع إعادة البيع أو النشر العام

التدريب المتدرج

أجب من دون الرجوع إلى الحل. أظهر خطواتك في أسئلة الاستجابة القصيرة.

1. أوجد باقي قسمة $P(x)=2x^3-3x+4$ على $x-2$. [1 درجات]

أ	6	ب	10
ج	14	د	18

الإجابة: 14

بنظرية الباقي نعوض $x=2$: $P(2)=2\times8-3\times2+4=14$.

2. أوجد باقي قسمة $P(x)=4x^2+2x-1$ على $2x+3$. [1 درجات]

أ	-5	ب	1
ج	5	د	11

الإجابة: 5

جذر القاسم $2x+3$ هو $x=-3/2$؛ ومن ثم $P(-3/2)=9-3-1=5$.

3. إذا كان باقي قسمة $P(x)=x^3+kx+2$ على $x-1$ يساوي 7، فما k؟ [1 درجات]

أ	2	ب	3
ج	4	د	6

الإجابة: 4

$P(1)=1+k+2=7$، ولذلك $k=4$.

4. ما خارج قسمة x^3-4x^2+x+6 على $x-2$؟ [1 درجات]

أ	x^2-2x-3	ب	x^2-6x-3
ج	x^2+2x-3	د	x^2-2x+3

الإجابة: x^2-2x-3

بالقسمة التركيبية على 2 نحصل على معاملات الخارج 3- ،2- ،1 والباقي صفر.

5. أي مما يأتي عامل لكثيرة الحدود $P(x)=x^3-4x$؟ [1 درجات]

أ	$x-1$	ب	$x-2$
ج	$x-3$	د	$x-4$

الإجابة: $x-2$

عامل بنظرية العوامل. $P(2)=8-8=0$ ؛ إذن $x-2$.

للاستخدام الشخصي أو الصفي - يمنع إعادة البيع أو النشر العام

6. ما التحليل الكامل لـ x^3-6x^2+11x-6؟ [1 درجات]

ب	(x-1)(x-2)(x-3)	أ	(x+1)(x+2)(x+3)
د	(x+1)(x-2)(x+3)	ج	(x-1)(x+2)(x-3)

الإجابة: (x-1)(x-2)(x-3)

القيم 1 و2 و3 أصفار لكثيرة الحدود، والتحليل الموافق يعيد المعاملات الأصلية.

7. صواب أم خطأ: عند القسمة التركيبية لـ x^3+5 على x-2 يجب كتابة معامل x^2 ومعامل x مساويين للصفر1] . درجات]

□ صواب □ خطأ

الإجابة: صواب

المعاملات الصحيحة هي 5 ،0 ،0 ،1؛ وإهمال الحدود المفقودة يغير مواضع المعاملات.

8. صواب أم خطأ: إذا كان P(a)=0 فإن x+a عامل لكثيرة الحدود 1] .P(x) درجات]

□ صواب □ خطأ

الإجابة: خطأ

نظرية العوامل تعطي العامل x-a عندما P(a)=0، لا x+a.

9. إذا كان x-1 وx+2 عاملين لـ P(x)=x^3+ax^2+bx+6، فأوجد a وb. [3 درجات]

الإجابة: a=-2، b=-5

من P(1)=0 نحصل على a+b=-7، ومن P(-2)=0 نحصل على 2a-b=1. بحل المعادلتين: a=-2 وb=-5.

التوزيع: طريقة صحيحة 1 | تعويض أو حساب صحيح 1 | نتيجة واضحة ومراجعة 1

10. اقسم 2x^3+3x^2-8x-12 على x+2 بالقسمة التركيبية، واكتب الخارج والباقي3] . درجات]

الإجابة: الخارج 2x^2-x-6، والباقي 0

نستعمل 2- مع المعاملات 12- ،8- ،3 ،2؛ فينتج 0. ،6- ،1- ،2

التوزيع: طريقة صحيحة 1 | تعويض أو حساب صحيح 1 | نتيجة واضحة ومراجعة 1

11. حل المعادلة 2x^3-3x^2-8x+12=0 باستعمال نظرية العوامل وخفض الدرجة3] . درجات]

الإجابة: x=-2 أو x=3/2 أو x=2

نجد P(2)=0. بالقسمة على x-2 يكون الخارج (x+2)(2x-3)=2x^2+x-6، فتكون الجذور 2 و3/2 و-2.

التوزيع: طريقة صحيحة 1 | تعويض أو حساب صحيح 1 | نتيجة واضحة ومراجعة 1

للاستخدام الشخصي أو الصفي - يمنع إعادة البيع أو النشر العام

12. عند قسمة P(x) على (x+2)(x-1) كان P(1)=3 و P(-2)=-6. أوجد باقي القسمة [3 درجات]

الإجابة: 3x

الباقي درجته أقل من 2، فنفرضه R(x)=ax+b. من a+b=3 و-2a+b=-6 نحصل على a=3 و b=0؛ إذن R(x)=3x.

التوزيع: طريقة صحيحة 1 | تعويض أو حساب صحيح 1 | نتيجة واضحة ومراجعة 1

للاستخدام الشخصي أو الصفي - يمنع إعادة البيع أو النشر العام

التحدي والمراجعة

1. أثبت أن P(x)-P(a) يقبل القسمة على x-a لأي كثيرة حدود P، ثم استنتج نظرية الباقي.

بتطبيق ذلك على حدود P يكون P(x)-P(a) من مضاعفات x-a. لذا P(x)=(x-a)Q(x)+P(a)، والباقي P(a). لكل n موجب، x^n-a^n=(x-a)(x^(n-1)+x^(n-2)a+...+a^(n-1)).

2. حلل x^4-5x^2+4 تحليلا كاملا باستعمال نظرية العوامل وخفض الدرجة.

بوضع y=x^2 نحصل على y^2-5y+4=(y-1)(y-4). إذن x^4-5x^2+4=(x^2-1)(x^2-4)=(x-1)(x+1)(x-2)(x+2).

3. اكتشف الخطأ: لإيجاد باقي القسمة على 2x-1 عوض طالب x=2. حدد التعويض الصحيح وفسر مصدره.

نحل معادلة القاسم 2x-1=0 فنحصل على x=1/2. لذلك الباقي هو P(1/2). التعويض 2 يخص القاسم x-2، لا 2x-1.

خطة المتابعة

راجع جذر القاسم، المعاملات الصفرية، ونظريتي الباقي والعوامل، ثم أعد الأسئلة 2-6 و9-12. إذا كانت 14 أو أكثر: انتقل إلى تحدي الوحدة الإلكتروني. إذا كانت الدرجة أقل من 14/20:

للاستخدام الشخصي أو الصفي - يمنع إعادة البيع أو النشر العام