المعادلات التربيعية

دليل المعلم وإجابات نموذجية

الفصل 3 | الوحدة 12 | صفحات الكتاب 116-133 | زمن مقترح: 50 دقيقة | الدرجة: 20

أهداف التعلم

- يشرح الطالب «القانون العام» ويطبقه مع الشروط والتبرير.
- يشرح الطالب «العلاقة بين الجذور والمعاملات» ويطبقه مع الشروط والتبرير.
- يشرح الطالب «إشارتا الحلين» ويطبقه مع الشروط والتبرير.

ملخص سريع

القانون العام	حل $ax^2+bx+c=0$ حيث $a\neq0$ هو $x=(-b\pm\sqrt{(b^2-4ac)})/(2a)$.
العلاقة بين الجذور والمعاملات	إذا كان الجذران α وβ فإن $\alpha+\beta=-b/a$ و$\alpha\beta=c/a$.
إشارتا الحلين	بعد ضمان واقعية الجذرين، يحدد الجداء تماثل الإشارتين ويحدد المجموع نوعهما.

مثال محلول

لحل $2x^2+x-3=0$: المميز $D=25$، ومن القانون العام $x=(-1\pm5)/4$؛ إذن $x=1$ أو $x=-3/2$.

للاستخدام الشخصي أو الصفي - يمنع إعادة البيع أو النشر العام

التدريب المتدرج

أجب من دون الرجوع إلى الحل. أظهر خطواتك في أسئلة الاستجابة القصيرة.

1. ما مجموعة حل المعادلة $x^2-5x+6=0$؟ [1 درجات]

أ	{3، 2}	ب	{-3، -2}
ج	{6، 1}	د	{6، 5}

الإجابة: {3، 2}

نحلل: $x^2-5x+6=(x-3)(x-2)$، ومن ثم $x=2$ أو $x=3$.

2. ما طبيعة جذري المعادلة $2x^2+4x+5=0$ في مجموعة الأعداد الحقيقية؟ [1 درجات]

أ	جذران حقيقيان متساويان	ب	جذران حقيقيان مختلفان
ج	لا يوجد جذران حقيقيان	د	جذر حقيقي واحد هو -1

الإجابة: لا يوجد جذران حقيقيان

المميز $D=4^2-4\times2\times5=-24<0$، لذلك لا توجد جذور حقيقية.

3. إذا كان α وβ جذري $3x^2-7x-6=0$، فما α+β وαβ؟ [1 درجات]

أ	$\alpha+\beta=-7/3، \alpha\beta=-2$	ب	$\alpha+\beta=7/3، \alpha\beta=2$
ج	$\alpha+\beta=7/3، \alpha\beta=-2$	د	$\alpha+\beta=-7/3، \alpha\beta=2$

الإجابة: $\alpha+\beta=7/3، \alpha\beta=-2$

من علاقات فييتا: $\alpha+\beta=-b/a=7/3$، و$\alpha\beta=c/a=-6/3=-2$.

4. أي معادلة أحادية المعامل الرئيس جذراها 2- و5؟ [1 درجات]

أ	$x^2+3x-10=0$	ب	$x^2-3x-10=0$
ج	$x^2-7x+10=0$	د	$x^2+7x-10=0$

الإجابة: $x^2-3x-10=0$

المجموع 3 والجداء 10-؛ لذا المعادلة $x^2-3x-10=0$.

5. إذا كان جذرا $x^2+5x+6=0$ حقيقيين، فما إشارتاهما؟ [1 درجات]

أ	كلاهما موجب	ب	كلاهما سالب
ج	مختلفا الإشارة	د	أحدهما صفر

الإجابة: كلاهما سالب

الجداء 6 موجب فتتفق الإشارتان، والمجموع 5- سالب؛ إذن كلاهما سالب.

للاستخدام الشخصي أو الصفي - يمنع إعادة البيع أو النشر العام

6. ما التحليل الصحيح للمقدار 2x^2-x-6؟ [1 درجات]

ب	(2x+3)(x-2)	أ	(2x-3)(x+2)
د	(x-3)(2x+2)	ج	(2x-1)(x+6)

الإجابة: (2x+3)(x-2)

بالتوسيع: (2x+3)(x-2)=2x^2-4x+3x-6=2x^2-x-6.

7. صواب أم خطأ: إذا كان مميز معادلة تربيعية يساوي صفرا، فلها جذران حقيقيان متساويان1] . درجات]

□ صواب □ خطأ

الإجابة: صواب

عندما D=0 يختفي الحد ±√D في القانون العام، فينتج الجذر المكرر -b/(2a).

8. صواب أم خطأ: إذا كان حاصل ضرب جذري معادلة تربيعية موجبا، فالجذران موجبان بالضرورة1] . درجات]

□ صواب □ خطأ

الإجابة: خطأ

الجداء الموجب يعني أن الإشارتين متماثلتان فقط؛ نحتاج إشارة المجموع للتمييز بين الموجبين والسالبين.

9. حل 2x^2+x-3=0 باستعمال القانون العام، واكتب الجذرين في أبسط صورة3] . درجات]

الإجابة: x=1 أو x=-3/2

a=2 b=1 و c=-3؛ إذن D=25، x=(-1±5)/4 فنحصل على 1 و-3/2.

التوزيع: طريقة صحيحة 1 | تعويض أو حساب صحيح 1 | نتيجة واضحة ومراجعة 1

10. إذا كان α وβ جذري x^2-4x-1=0، فأوجد α^2+β^2 من دون حل المعادلة3] . درجات]

الإجابة: 18

α+β=4 وαβ=-1. إذن α^2+β^2=(α+β)^2-2αβ=16+2=18.

التوزيع: طريقة صحيحة 1 | تعويض أو حساب صحيح 1 | نتيجة واضحة ومراجعة 1

11. كون معادلة تربيعية معاملاتها أعداد صحيحة وجذراها 1/2 و3] .1/3- درجات]

الإجابة: 6x^2-x-1=0

المعادلة (x-1/2)(x+1/3)=0. بالضرب في 6 نحصل على 6x^2-x-1=0.

التوزيع: طريقة صحيحة 1 | تعويض أو حساب صحيح 1 | نتيجة واضحة ومراجعة 1

للاستخدام الشخصي أو الصفي - يمنع إعادة البيع أو النشر العام

12. أوجد قيم m التي يكون عندها جذرا $x^2+(m-2)x-3m=0$ حقيقيين ومختلفي الإشارة[3 درجات] .

الإجابة: $m>0$
حاصل الجذرين $-3m$. لاختلاف الإشارة يلزم $-3m<0$، أي $m>0$؛ وعندها $D=(m-2)^2+12m=(m+4)^2>0$.

التوزيع: طريقة صحيحة 1 | تعويض أو حساب صحيح 1 | نتيجة واضحة ومراجعة 1

للاستخدام الشخصي أو الصفي - يمنع إعادة البيع أو النشر العام

التحدي والمراجعة

1. اشتق القانون العام للمعادلة $ax^2+bx+c=0$، حيث a لا يساوي صفرا، بإكمال المربع.

نضيف $(b/2a)^2$ a: للطرفين فنحصل على $(x+b/2a)^2=(b^2-4ac)/(4a^2)$، ومنه $x=(-b\pm\sqrt{(b^2-4ac)})/(2a)$. بعد القسمة على $x^2+(b/a)x=-c/a$.

2. إذا كان α وβ جذري $2x^2-5x-3=0$، فكون معادلة جذراها α+1 وβ+1 من دون إيجاد α وβ أولا.

لدينا $\alpha+\beta=5/2$ و$\alpha\beta=-3/2$. مجموع الجذرين الجديدين 9/2، وجداؤهما $\alpha\beta+\alpha+\beta+1=2$. إذن $(\alpha+1)(\beta+1)=0=4+9x-2x^2$

3. اكتشف الخطأ: قال طالب إن $D>0$ يثبت أن جذري المعادلة موجبان. فسر ما يثبته المميز فعلا، وما المعلومات الإضافية اللازمة لتحديد الإشارتين.

فقط. بعد ذلك نستخدم $\alpha\beta=c/a$: إذا كان سالبا فالإشارتان مختلفتان، وإذا كان موجبا نستخدم $\alpha+\beta=-b/a$ للتمييز بين موجبين وسالبين.
الشرط $D>0$ يثبت وجود جذرين حقيقيين مختلفين

خطة المتابعة

14/20: راجع القانون العام والمميز وعلاقات الجذور والإشارات، ثم أعد الأسئلة 2-6 و9-12. إذا كانت 14 أو أكثر: انتقل إلى تحدي الوحدة الإلكتروني. إذا كانت الدرجة أقل من

للاستخدام الشخصي أو الصفي - يمنع إعادة البيع أو النشر العام