العدد المركب

دليل المعلم وإجابات نموذجية

الفصل 3 | الوحدة 11 | صفحات الكتاب 115-107 | زمن مقترح: 50 دقيقة | الدرجة: 20

أهداف التعلم

- يشرح الطالب «الجزآن الحقيقي والتخيلي» ويطبقه مع الشروط والتبرير.
- يشرح الطالب «قوى i» ويطبقه مع الشروط والتبرير.
- يشرح الطالب «المرافق والقسمة» ويطبقه مع الشروط والتبرير.

ملخص سريع

الجزآن الحقيقي والتخيلي	يكتب العدد المركب a+bi؛ جزؤه الحقيقي a وجزؤه التخيلي b.
قوى i	تتكرر قوى i كل أربع: 1، i، -1، -i.
المرافق والقسمة	مرافق a+bi هو a-bi وحاصل ضربهما a²+b² حقيقي.

مثال محلول

إذا كان z=-3+5i، فإن Re(z)=-3 وIm(z)=5؛ فالجزء التخيلي هو المعامل الحقيقي لـi.

للاستخدام الشخصي أو الصفي - يمنع إعادة البيع أو النشر العام

التدريب المتدرج

أجب من دون الرجوع إلى الحل. أظهر خطواتك في أسئلة الاستجابة القصيرة.

1. إذا كان z=-3+5i، فما الجزء الحقيقي والجزء التخيلي؟ [1 درجات]

ب	Re(z)=5، Im(z)=-3	أ	Re(z)=-3، Im(z)=5
د	Re(z)=3، Im(z)=5	ج	Re(z)=-3، Im(z)=5i

الإجابة: Re(z)=-3، Im(z)=5

في الصورة a+bi يكون الجزء الحقيقي a والجزء التخيلي هو المعامل الحقيقي b.

2. إذا كان (2x-1)+(y+3)i=7-2i، فما x وy؟ [1 درجات]

ب	x=4، y=-5	أ	x=3، y=-5
د	x=-4، y=5	ج	x=4، y=1

الإجابة: x=4، y=-5

نساوي الجزأين: 2x-1=7 فينتج x=4، وy+3=-2 فينتج y=-5.

3. ما قيمة i^2026؟ [1 درجات]

ب	i	أ	1
د	-i	ج	-1

الإجابة: -1

تتكرر قوى i كل 4، و2026 باقي قسمته على 4 يساوي 2؛ لذلك i^2026=i^2=-1.

4. احسب (1+4i)(3-2i) واكتب الناتج في الصورة a+bi. [1 درجات]

ب	11+10i	أ	-5+10i
د	3+8i	ج	11-10i

الإجابة: 11+10i

بالتوزيع: 3+12i-2i-8i^2=3+10i+8=11+10i.

5. بسط (4+2i)/(1-i) إلى الصورة a+bi. [1 درجات]

ب	3+i	أ	1+3i
د	2+6i	ج	1-3i

الإجابة: 1+3i

نضرب في المرافق 1+i: البسط 2+6i والمقام 2، فيكون الناتج 1+3i.

للاستخدام الشخصي أو الصفي - يمنع إعادة البيع أو النشر العام

6. حل المعادلة x^2+49=0 في مجموعة الأعداد المركبة1] . درجات]

ب	فقط x=-7i	أ	فقط x=7i
د	x=±7i	ج	x=±7

الإجابة: x=±7i

x^2=-49، ومن ثم x=±√(-49)=±7i.

7. صواب أم خطأ: إذا كان z=a+bi فإن z في مرافق z يساوي a^2+b^2، وهو عدد حقيقي غير سالب1] . درجات]

□ صواب □ خطأ

الإجابة: صواب

(a+bi)(a-bi)=a^2-(bi)^2=a^2+b^2.

8. صواب أم خطأ: √1] .6=√36=√(-9)×√(-4) درجات]

□ صواب □ خطأ

الإجابة: خطأ

بالجذور الرئيسية: √2i=(-4)√ و√3i=(-9)√، وحاصل الضرب 6-=6i^2، لا 6.

9. بسط i^99+i^58+i^37، وبين استخدام دورة قوى 3] .i درجات]

الإجابة: 1-

i-1-i=-1. وi-=i^99؛ لذلك المجموع ،و1-=i^58، i^37=i.

التوزيع: طريقة صحيحة 1 | تعويض أو حساب صحيح 1 | نتيجة واضحة ومراجعة 1

10. إذا كان 5+8i=(3b-1)i+(a+2)، فأوجد a وb مع تبرير مساواة الجزأين3] . درجات]

الإجابة: a=3، b=3

بمساواة الجزأين الحقيقيين a+2=5 فنحصل على a=3، وبمساواة الجزأين التخيليين 3b-1=8 فنحصل على b=3.

التوزيع: طريقة صحيحة 1 | تعويض أو حساب صحيح 1 | نتيجة واضحة ومراجعة 1

11. بسط (2+3i)/(2-3i) إلى الصورة a+bi، مع إظهار استعمال المرافق3] . درجات]

الإجابة: (-5+12i)/13

نضرب البسط والمقام في 2+3i: البسط (2+3i)^2=-5+12i، والمقام 2^2+3^2=13.

التوزيع: طريقة صحيحة 1 | تعويض أو حساب صحيح 1 | نتيجة واضحة ومراجعة 1

للاستخدام الشخصي أو الصفي - يمنع إعادة البيع أو النشر العام

12. حل المعادلة x^2-6x+13=0 في مجموعة الأعداد المركبة وتحقق من الجذرين3] . درجات]

الإجابة: x=3±2i
المميز Δ=36-52=-16، ولذلك x=(6±4i)/2=3±2i. مجموع الجذرين 6 وحاصل ضربهما 13.

التوزيع: طريقة صحيحة 1 | تعويض أو حساب صحيح 1 | نتيجة واضحة ومراجعة 1

للاستخدام الشخصي أو الصفي - يمنع إعادة البيع أو النشر العام

التحدي والمراجعة

1. أثبت أنه إذا كان z=a+bi غير صفري، فإن 1/z=(a-bi)/(a^2+b^2).

نضرب البسط والمقام في المرافق: 1/(a+bi)=(a-bi)/[(a+bi)(a-bi)]=(a-bi)/(a^2+b^2)، والمقام غير صفري لأن z غير صفري.

2. إذا كان z ومرافقه يحققان z+مرافق 8=z وz-مرافق 6i=-z، فأوجد z.

بجمع المعادلتين نحصل على 2z=8-6i، ومنه z=4-3i.

3. اكتشف الخطأ: كتب طالب √(ab)=√(-b)√(-a) للأعداد الموجبة a وb. فسر الخطأ واكتب الناتج الصحيح للجذور الرئيسية.

قاعدة دمج الجذور تحتاج شروطا لا تتحقق هنا في الأعداد الحقيقية. i^2√(ab)=-√(ab). لذلك حاصل الضرب √(-b)=i√b و√(-a)=i√a

خطة المتابعة

14/20: راجع دورة قوى i ومساواة الجزأين واستعمال المرافق، ثم أعد الأسئلة 2-6 و9-12. إذا كانت 14 أو أكثر: انتقل إلى تحدي الوحدة الإلكتروني. إذا كانت الدرجة أقل من

للاستخدام الشخصي أو الصفي - يمنع إعادة البيع أو النشر العام