علاقات التكرار والاستقراء الرياضي

ورقة شرح وتدريب قابلة للطباعة

الفصل 2 | الوحدة 10 | صفحات الكتاب 105-91 | زمن مقترح: 50 دقيقة | الدرجة: 20

التاريخ: _____ الفصل: _____ الاسم: _____

أهداف التعلم

- يشرح الطالب «حساب علاقة تكرارية» ويطبقه مع الشروط والتبرير.
- يشرح الطالب «تحويل علاقة خطية» ويطبقه مع الشروط والتبرير.
- يشرح الطالب «خطوة الانتقال» ويطبقه مع الشروط والتبرير.

ملخص سريع

حساب علاقة تكرارية	تحدد العلاقة الحدود اللاحقة من السابقة مع بيانات ابتدائية كافية.
تحويل علاقة خطية	يمكن إزاحة a_(n+1)=p a_n+c حول نقطة ثابتة لتصبح هندسية.
خطوة الانتقال	تثبت خطوة الانتقال أن صحة P(k) تستلزم صحة P(k+1).

مثال محلول

إذا كان u1=3 و u_(n+1)=u_n+4، فأوجد u12. الحل الموجه: تضيف العلاقة 4 عدد 11 مرات؛ لذلك u12=3+11·4=47.

للاستخدام الشخصي أو الصفي - يمنع إعادة البيع أو النشر العام

التدريب المتدرج

أجب من دون الرجوع إلى الحل. أظهر خطواتك في أسئلة الاستجابة القصيرة.

1. إذا كان u1=2 وu_(n+1)=3u_n-1، فأوجد u4. [1 درجات]

أ	14	ب	29
ج	41	د	53

2. إذا كان a1=5 وa_(n+1)=a_n+4، فما الصورة الصريحة لـa_n؟ [1 درجات]

أ	a_n=4n+1	ب	a_n=5n+4
ج	a_n=4n+5	د	a_n=5+4n

3. إذا كان a1=1 وa_(n+1)=2a_n+3، فما قيمة a4؟ [1 درجات]

أ	21	ب	27
ج	29	د	32

4. لإثبات 1+3+5+...+(2n-1)=n^2 بالاستقراء ابتداء من n=1، ما خطوة الأساس الصحيحة؟ [1 درجات]

أ	1=1^2	ب	1+3=2^2
ج	2n-1=n^2	د	نفترض صحة العبارة عند n=1

5. في برهان 1+2+...+n=n(n+1)/2، إذا افترضنا صحة P(k)، فأي تعبير ينتج بعد إضافة الحد k+1؟ [1 درجات]

أ	k(k+1)/2	ب	(k+1)^2/2
ج	(k+1)(k+2)/2	د	k(k+2)/2

6. لإثبات أن 5^n-1 يقبل القسمة على 4، أي إعادة كتابة تصلح لخطوة الانتقال؟ [1 درجات]

أ	5^(k+1)-1=5(5^k-1)+4	ب	5^(k+1)-1=5^k+4
ج	5^(k+1)-1=4(5^k-1)	د	5^(k+1)-1=5(5^k+1)

7. صواب أم خطأ: إثبات خطوة الأساس وإثبات P(k+1)□P(k) يثبتان P(n) لكل عدد صحيح n من قيمة البداية فصاعدا1] . درجات]

□ صواب □ خطأ

8. صواب أم خطأ: التحقق من أول 100 قيمة لعبارة ما يعد برهانا بالاستقراء لجميع الأعداد الطبيعية1] . درجات]

□ صواب □ خطأ

9. إذا كان u1=1 وu2=3 وu_(n+2)=u_(n+1)+2u_n، فأوجد u6 مع عرض الحدود الوسيطة3] . درجات]

للاستخدام الشخصي أو الصفي - يمنع إعادة البيع أو النشر العام

10. إذا كان a1=3 وa_(n+1)=a_n+2n، فاستنتج صورة صريحة لـa_n ثم أوجد a8. [3 درجات]

---

11. أثبت بالاستقراء أن مجموع أول n عددا فرديا يساوي n^2 لكل n≥1. [3 درجات]

---

12. أثبت بالاستقراء أن 7^n-1 يقبل القسمة على 6 لكل n≥1. [3 درجات]

للاستخدام الشخصي أو الصفي - يمنع إعادة البيع أو النشر العام

التحدي والمراجعة

1. حل العلاقة a1=1 وa_(n+1)=2a_n+3 بإزاحة مناسبة، واكتب a_n في صورة صريحة.

2. أثبت بالاستقراء أن 2^n≥n+1 لكل n≥0.

3. اكتشف الخطأ: في خطوة الانتقال افترض طالب صحة P(k+1) ثم أعاد ترتيبها حتى وصل إلى P(k+1). فسر لماذا البرهان دائري.

خطة المتابعة

راجع البيانات الابتدائية والإزاحة وخطوتي الأساس والانتقال، ثم أعد الأسئلة 3-6 و9-12. إذا كانت 14 أو أكثر: انتقل إلى تحدي الوحدة الإلكتروني. إذا كانت الدرجة أقل من 14/20:

للاستخدام الشخصي أو الصفي - يمنع إعادة البيع أو النشر العام